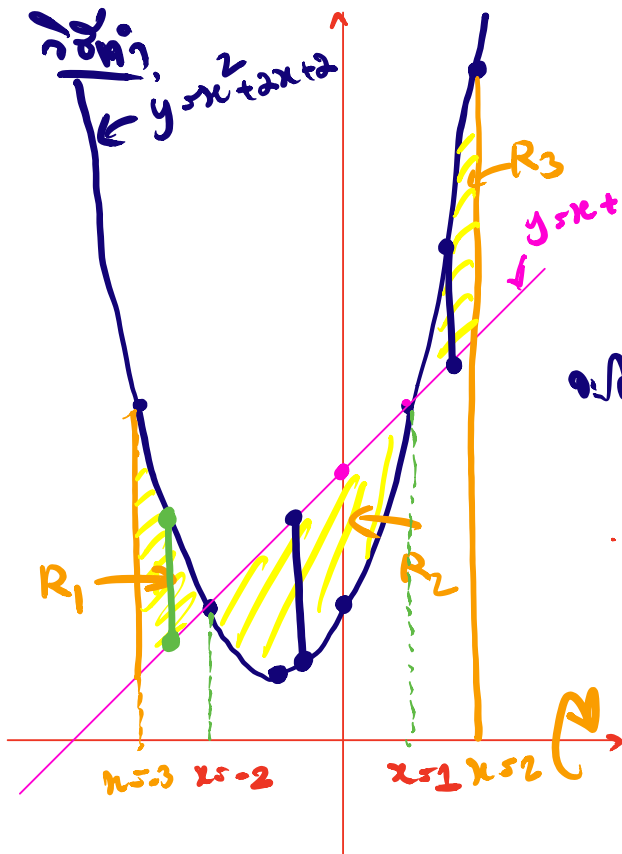


โจทย์: หาปริมาตร V ของทรงตันที่เกิดจากการหมุน
 บริเวณ R ที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x^2 + 2x + 2$ เส้นตรง
 $y = x + 4$ จาก $x = -3$ ถึง $x = 2$ รอบแกน X



คำตอบ:

$$\begin{aligned}
 & x^2 + 2x + 2 = x + 4 \\
 \Rightarrow & x^2 + x - 2 = 0 \\
 \Rightarrow & (x + 2)(x - 1) = 0 \\
 \Rightarrow & x = -2, 1
 \end{aligned}$$

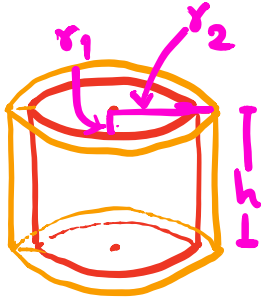
หรือ

$$\begin{aligned}
 V &= V_1 + V_2 + V_3 \\
 &= \int_{x=-3}^{x=-2} \pi [(x^2 + 2x + 2)^2 - (x + 4)^2] dx \\
 &+ \int_{x=-2}^{x=1} \pi [(x + 4)^2 - (x^2 + 2x + 2)^2] dx \\
 &+ \int_{x=1}^{x=2} \pi [(x^2 + 2x + 2)^2 - (x + 4)^2] dx
 \end{aligned}$$

□

2.2.2 ปริมาตรของทรงกระบอกสามมิติโดยการหั่นเปลือกทรงกระบอก โดยวิธีเปลือกทรงกระบอก (Cylindrical Shell Method)

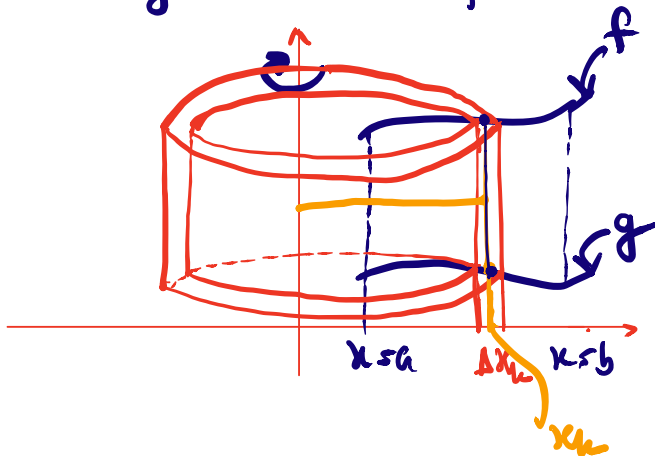
เขียน



$$\begin{aligned}
 V &= \pi r_2^2 h - \pi r_1^2 h \\
 &= \pi (r_2^2 - r_1^2) h \\
 &= \pi (r_2 + r_1) h (r_2 - r_1) \\
 &= 2 \pi \underbrace{(r_2 + r_1)}_{\text{วงกลมเฉลี่ย}} h \underbrace{(r_2 - r_1)}_{\text{ความหนา}}
 \end{aligned}$$

เขียนให้ $b \geq a \geq 0$

และ f และ g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบน $[a, b]$ และ $f(x) \geq g(x)$ สำหรับทุก $x \in [a, b]$ และรวมด้วย



ปริมาตรของทรงกระบอก

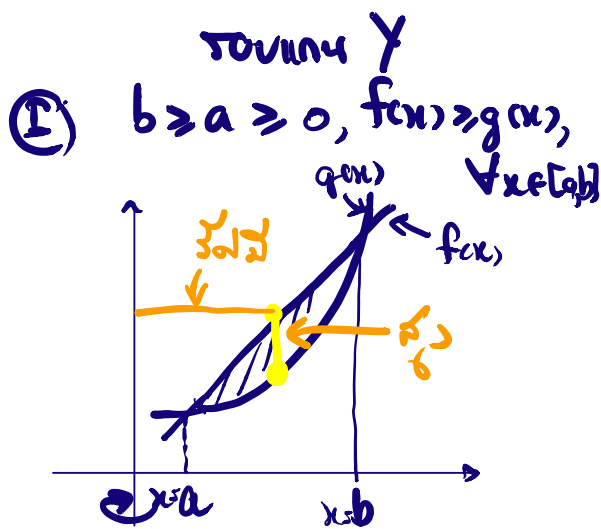
$$V_k = 2\pi(x_k - 0)(f(x_k) - g(x_k))\Delta x_k$$

$$\Rightarrow V \approx \sum_{k=1}^n 2\pi(x_k - 0)(f(x_k) - g(x_k))\Delta x_k$$

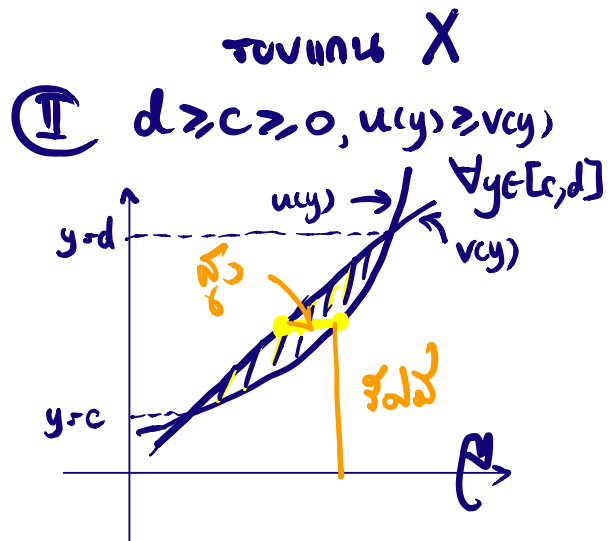
$$\Rightarrow V = \lim_{\max \Delta x_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n 2\pi(x_k - 0)(f(x_k) - g(x_k))\Delta x_k$$

$$= \int_{x=a}^{x=b} 2\pi(x-0)(f(x) - g(x))dx$$

วิธีเปลือกถก: ลากเส้นจากแกนแนวนอนและแนวตั้ง

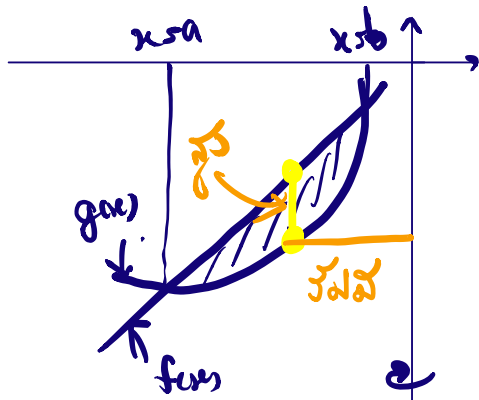


$$V = \int_{x=a}^{x=b} 2\pi(x-0)(f(x) - g(x))dx$$



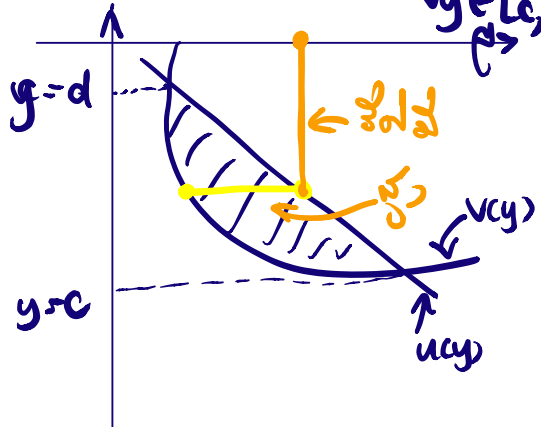
$$V = \int_{y=c}^{y=d} 2\pi(y-0)(u(y) - v(y))dy$$

III $a \leq b \leq 0, f(x) \geq g(x), \forall x \in [a, b]$



$$V = \int_{x=a}^{x=b} 2\pi(0-x)(f(x)-g(x))dx$$

IV $c \leq d \leq 0, u(y) \geq v(y), \forall y \in [c, d]$

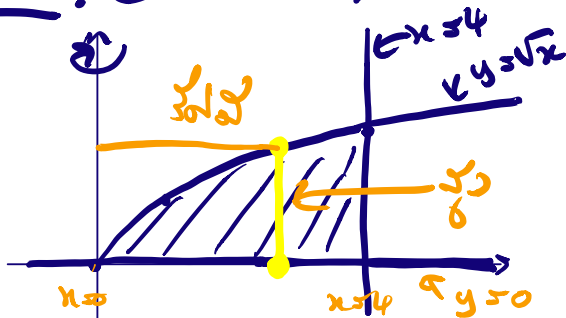


$$V = \int_{y=c}^{y=d} 2\pi(0-y)(u(y)-v(y))dy$$

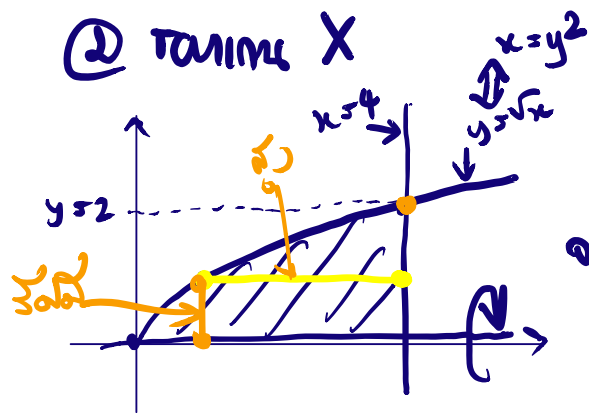
ตัวอย่าง: คำนวณปริมาตร V ของทรงกลมชนิดที่ 1 ที่เกิดจากการหมุน
บริเวณที่อยู่กึ่งกลางของ xy เป็น $y = \sqrt{x}$, แกน X และเส้นตรง
 $x=4$ รอบ Y แกน

- ① แกน Y
- ② แกน X

วิธีทำ. ① แกน Y



$$V = \int_{x=0}^{x=4} 2\pi(x-0)(\sqrt{x}-0)dx$$



พหุคูณ:

$$y^2 = 4$$

$$\Rightarrow y = 2$$

อนุภาค

$$V = \int_{y=0}^{y=2} 2\pi(y-0)(4-y^2) dy$$

ฝากให้ดูการปริมาตรของทรงกลมชนิดที่เกิดจากทรงกลม
 บริเวณซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x^2$ เส้นตรง $x = -2$
 และแกน X โดยใช้วิธีเปลือกทรงกลม

- ① อนุภาค Y
- ② อนุภาค X

③ การปริมาตรของทรงกลมชนิดที่เกิดจากทรงกลมบริเวณ
 ซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x^2 - 1$ เส้นตรง $y = x - 1$
 จาก $x = 0$ ถึง $x = 2$ โดยใช้วิธีเปลือกทรงกลม

- ① อนุภาค Y
- ② อนุภาค X