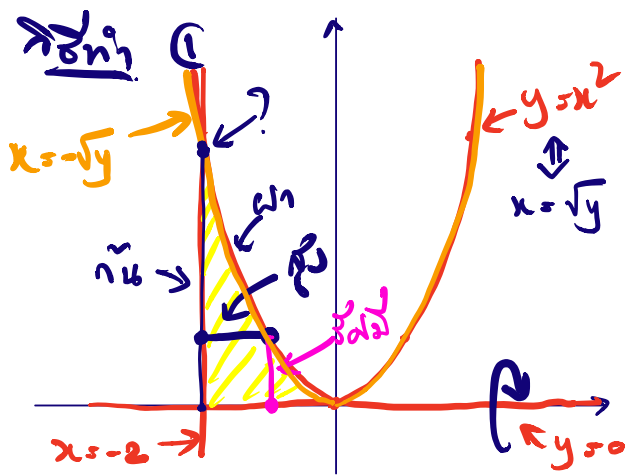


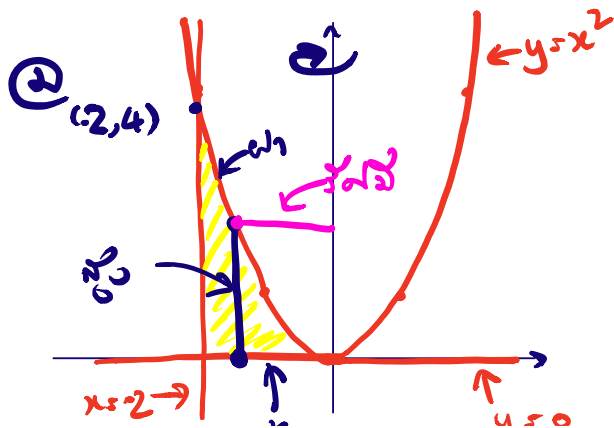
ตัวอย่าง: จงหาปริมาตรของทรงกลมที่เกิดจากการหมุนบริเวณ
 ที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y=x^2$ แกน X และเส้นตรง $x=-2$
 ในระนาบสี่อักษรมอน

- ① รอบแกน X
- ② รอบแกน Y



$$V = \int_{y=0}^{y=4} 2\pi(y-0)(-\sqrt{y}-(-2))dy$$

จุดตัด: $-\sqrt{y} = -2$
 $\Rightarrow \sqrt{y} = 2$
 $\Rightarrow y = 4$



$$V = \int_{x=-2}^{x=0} 2\pi(0-x)(x^2-0)dx$$

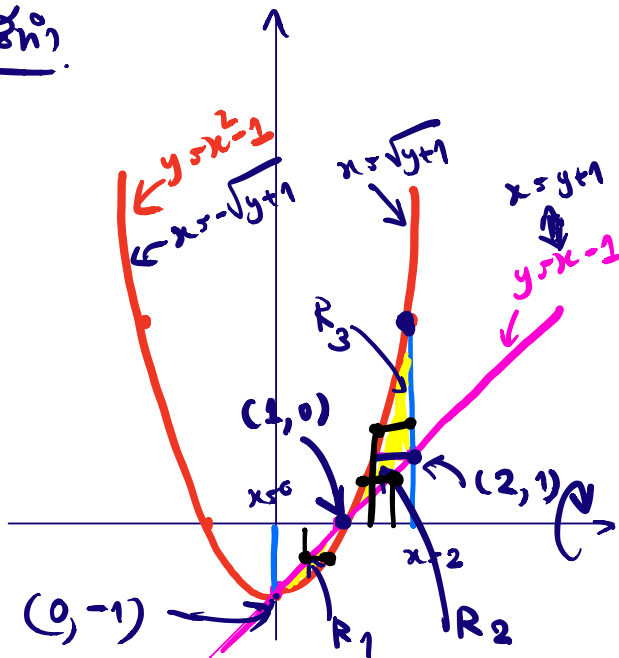
กัน

y--

□

ข้อแรก: จงหาปริมาตรของทรงกลมที่เกิดจากทรงกลม
 มวลิมซึ่งถูกตัดด้วยเส้นโค้ง $y = x^2 - 1$ เส้นตรง $y = x - 1$
 จาก $x = 0$ ถึง $x = 2$ รอบแกน X

วิธีทำ



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$= \int_{y=-1}^{y=0} 2\pi(0-y)(\sqrt{y+1} - (y+1))dy$$

$$y = -1$$

$$+ \int_{y=0}^{y=1} 2\pi(y-0)((y+1) - \sqrt{y+1})dy$$

$$y = 0$$

$$+ \int_{y=1}^{y=3} 2\pi(y-0)(2 - \sqrt{y+1})dy$$

วิธีคิด:

$$y = y$$

$$\Rightarrow x = x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow x(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, 1$$

$$\Rightarrow y = -1, 0$$

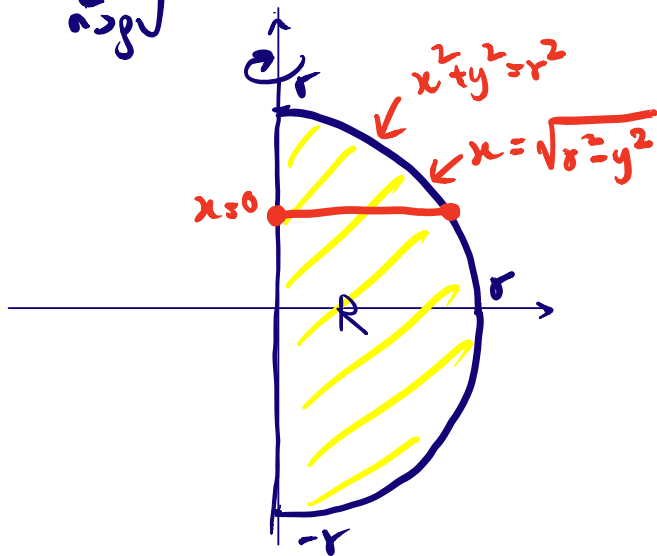
จุดตัด(1,0)

$$y+1 = 2$$

$$y = 1$$

□

ตัวอย่าง: หาปริมาตรของทรงกลมรัศมี r โดยใช้วิธีอินทิเกรต



$$\begin{aligned}
 V &= \int_{y=-r}^{y=r} \pi \left[(\sqrt{r^2 - y^2})^2 - 0^2 \right] dy \\
 &= \int_{y=-r}^{y=r} \pi [r^2 - y^2] dy \\
 &= \pi \left[r^2 y - \frac{y^3}{3} \right]_{y=-r}^{y=r} \\
 &= \pi \left[\left(r^3 - \frac{r^3}{3} \right) - \left(-r^3 + \frac{r^3}{3} \right) \right] \\
 &= \pi \left[r^3 - \frac{r^3}{3} + r^3 - \frac{r^3}{3} \right] \\
 &= \pi \left[2r^3 - \frac{2r^3}{3} \right] \\
 &= \pi \left[\frac{(6-2)r^3}{3} \right] \\
 &= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ คม.ค.} \quad \square
 \end{aligned}$$